

Pertemuan 4
Matematika Ekonomi

FUNGSI (FUNGSI LINIER & NON-LINIER)

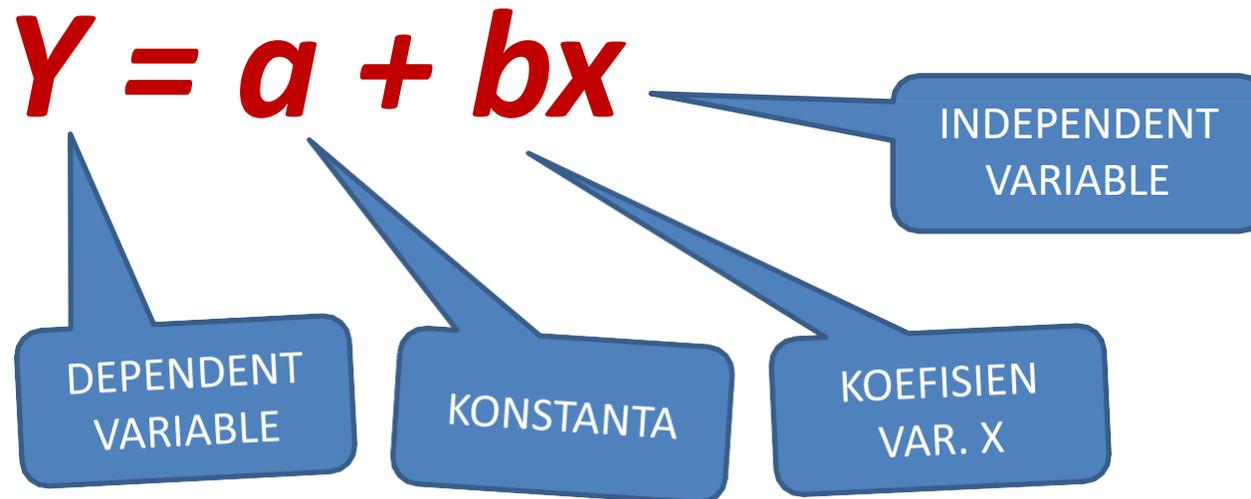
POKOK PEMBAHASAN:

1. Definisi Fungsi
2. Fungsi Linier
3. Pembentukan Persamaan Linier
4. Hubungan Dua Garis Lurus
5. Fungsi Non-Linier
6. Bentuk Fungsi Non-Linier
7. Sistem Persamaan Linier

1. DEFINISI

FUNGSI

Suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara satu variabel dengan variabel lain.



NOTASI FUNGSI

$$Y = f(x)$$

$$Y = 5 + 0.8 x$$

$$f(x) = 5 + 0.8 x$$

5		Konstanta
0.8		Koef. Variable x
X		Variabel bebas
Y		Variabel terikat

JENIS-JENIS FUNGSI

- **Fungsi Polinom** : fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya.

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

- **Fungsi Linear** : fungsi polinom khusus yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu (fungsi berderajat satu).

$$y = a_0 + a_1x \quad a_1 \neq 0$$

- **Fungsi Kuadrat** : fungsi polinom yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat dua, sering juga disebut fungsi berderajat dua.

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad a_2 \neq 0$$

- **Fungsi berderajat n** : fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat n ($n = \text{bilangan nyata}$).

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \quad a_n \neq 0$$

- **Fungsi Pangkat** : fungsi yang variabel bebasnya berpangkat sebuah bilangan nyata bukan nol.

$$y = x^n \quad n = \text{bilangan nyata bukan nol.}$$

- **Fungsi eksponensial** : fungsi yang variabel bebasnya merupakan pangkat dari suatu konstanta bukan nol.

$$y = n^x \quad n > 0$$

(perhatikan n dan x pada kedua jenis fungsi tsb.)

BERDASARKAN LETAK RUAS VARIABEL-VARIABELNYA, FUNGSI DIBEDAKAN MENJADI 2 JENIS:

Fungsi	Bentuk Eksplisit	Bentuk Implisit
Umum	$y = f(x)$	$f(x, y) = 0$
Linier	$y = a_0 + a_1x$	$a_0 + a_1x - y = 0$
Kuadrat	$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$	$a_0 + a_1x + a_2x^2 - y = 0$
Kubik	$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$	$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 - y = 0$

2. FUNGSI LINIER (FUNGSI BERDERAJAT SATU)

Fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu.

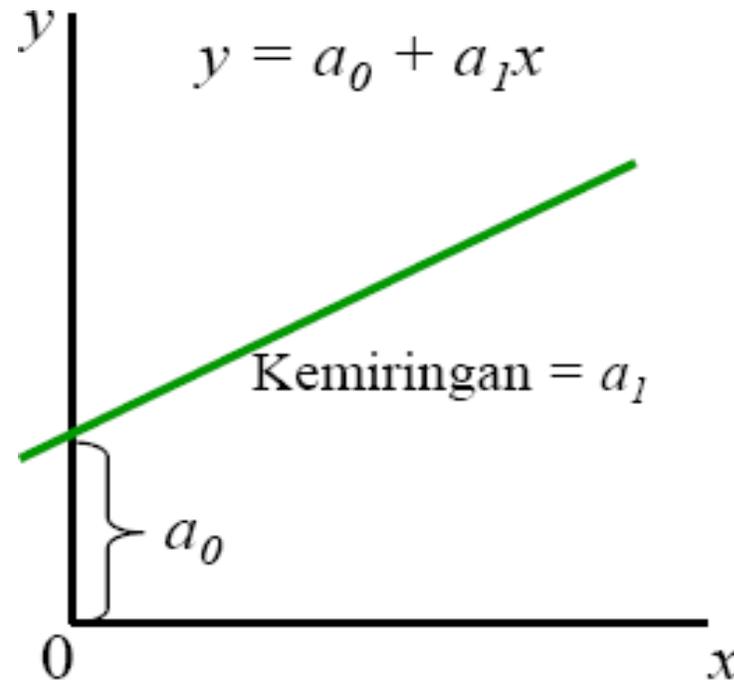
Sesuai namanya, setiap persamaan linier apabila digambarkan akan menghasilkan sebuah garis lurus. Bentuk umum persamaan linier adalah :

$$y = a + bx$$

a = konstanta (titik potong garis pada sumbu vertikal y)

b = koefisien arah atau lereng garis yang bersangkutan

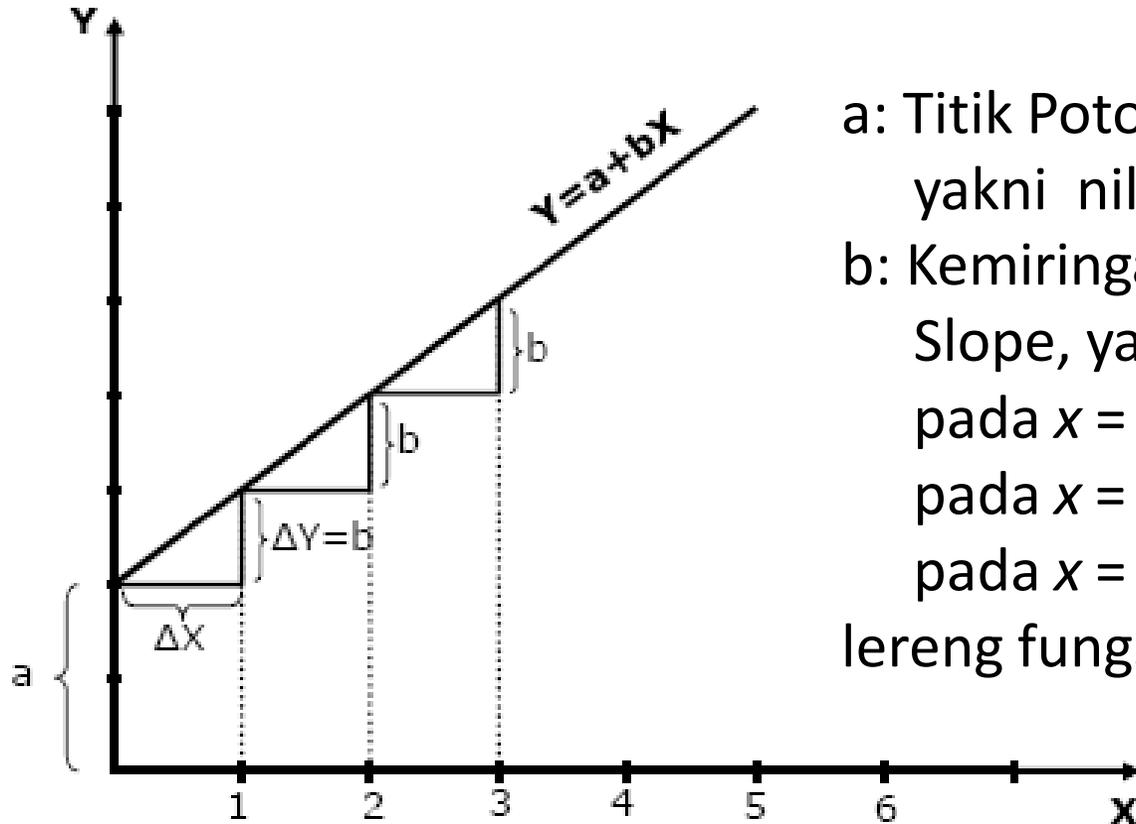
PENGGAMBARAN FUNGSI LINIER



Kemiringan / Gradien / Slope Lereng

(a)

TITIK POTONG DAN LERENG GARIS LURUS



a: Titik Potong garis $y = a + bx$,
yakni nilai y pada $x = 0$

b: Kemiringan / Gradien / Lereng garis /
Slope, yakni $\Delta y / \Delta x$

pada $x = 0$, $\Delta y / \Delta x = b$

pada $x = 1$, $\Delta y / \Delta x = b$

pada $x = 2$, $\Delta y / \Delta x = b$

lereng fungsi linear selalu konstan

3. PEMBENTUKAN PERSAMAAN LINIER

Persamaan linier dapat dibentuk melalui empat cara, tergantung ketersediaan data.

A. CARA DWI-KOORDINAT:

Dari dua buah titik dapat dibentuk sebuah persamaan linier.

Apabila diketahui dua buah titik A dan B dengan koordinat masing-masing (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ,

Maka rumus persamaan liniernya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

CONTOH SOAL (DWI-KOORDINAT):

Misalkan diketahui titik A(2,3) dan titik B(6,5), maka persamaan liniernya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 3}{5 - 3} = \frac{x - 2}{6 - 2}$$

$$\frac{y - 3}{2} = \frac{x - 2}{4}$$

$$4y - 12 = 2x - 4,$$

$$4y = 2x + 8$$

$$y = 2 + 0,5 x$$

B. CARA KOORDINAT-LERENG

Apabila diketahui sebuah titik A dengan koordinat (x_1, y_1) dan lereng garisnya b , maka persamaan liniernya adalah :

$$y - y_1 = b(x - x_1)$$

Contoh Soal :

Andaikan diketahui bahwa titik A(2,3) dan lereng garisnya adalah 0,5 maka persamaan linier yang memenuhi kedua persamaan kedua data ini adalah :

$$y - y_1 = b(x - x_1)$$

$$y - 3 = 0,5(x - 2)$$

$$y - 3 = 0,5x - 1$$

$$y = 2 + 0,5x$$

C. CARA PENGGAL-LERENG

- Sebuah persamaan linier dapat pula dibentuk apabila diketahui titik potongnya pada salah satu sumbu (a) dan lereng garis (b) yang memenuhi persamaan tersebut, maka persamaan liniernya adalah:

$$y = a + bx ; a = \text{titik potong, } b = \text{lereng}$$

Contoh Soal:

- Andaikan titik potong dan lereng garis $y = f(x)$ masing-masing adalah 2 dan 0,5, maka persamaan liniernya adalah : $y = 2 + 0,5x$

D. CARA DWI-PENGGAL

- Sebuah persamaan linier dapat dibentuk apabila diketahui penggal garis tersebut pada masing-masing sumbu:
 - Titik Potong pada sumbu vertikal (ketika $x = 0$)
 - Titik Potong pada sumbu horizontal (ketika $y = 0$).
- Apabila a dan c masing-masing adalah titik potong pada sumbu-sumbu vertikal dan horizontal dari sebuah garis lurus, maka persamaan garisnya adalah:

$$y = a - \frac{a}{c} x$$

a = Titik Potong Vertikal
 b = Titik Potong Horizontal

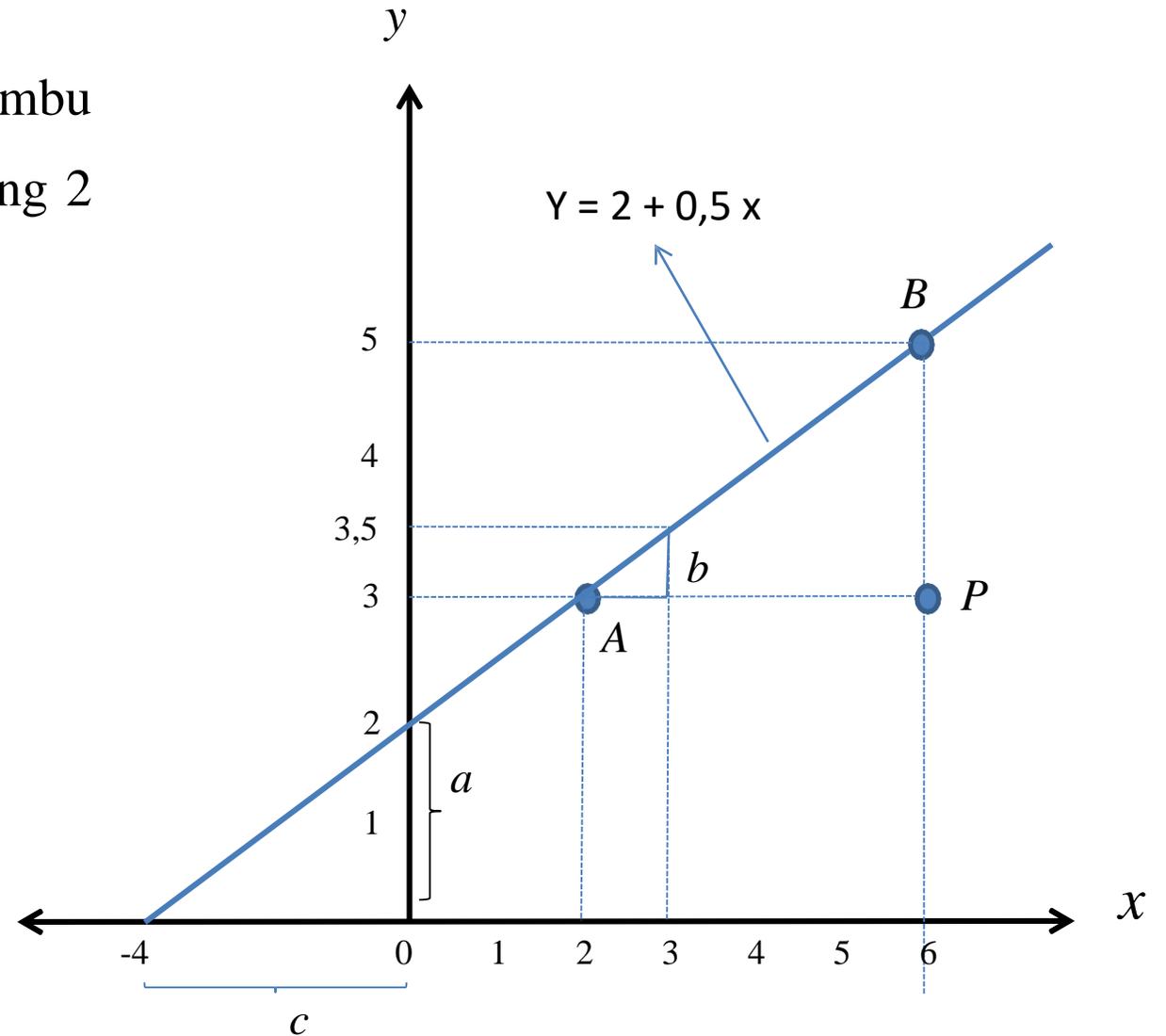
CONTOH SOAL

Andaikan titik potong sebuah garis pada sumbu vertikal dan sumbu horisontal masing-masing 2 dan -4 , maka persamaan liniernya adalah :

$$y = a - \frac{a}{c} x$$

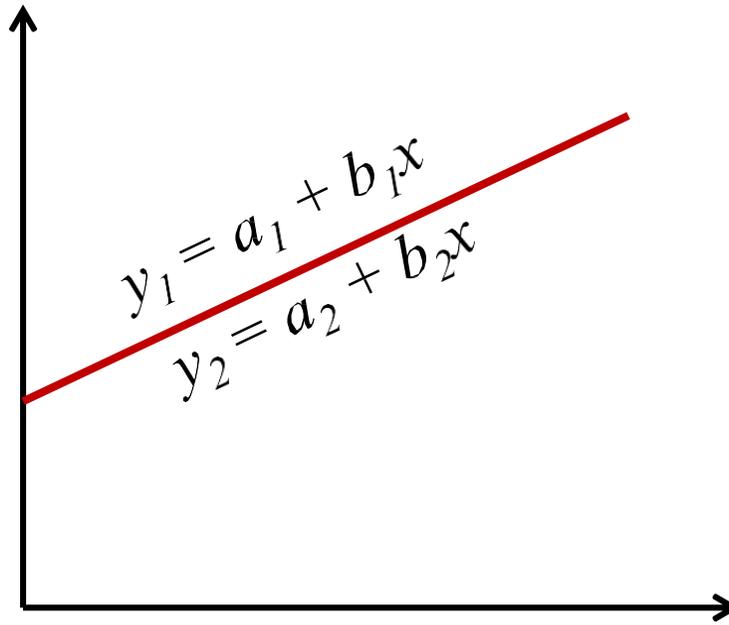
$$y = 2 - \frac{2}{(-4)} x$$

$$y = 2 + 0,5x$$



4. HUBUNGAN DUA GARIS LURUS

- Dalam sistem sepasang sumbu silang, dua buah garis lurus mempunyai empat macam kemungkinan bentuk hubungan yaitu:
 - Berimpit,
 - Sejajar,
 - Berpotongan
 - Tegak lurus.

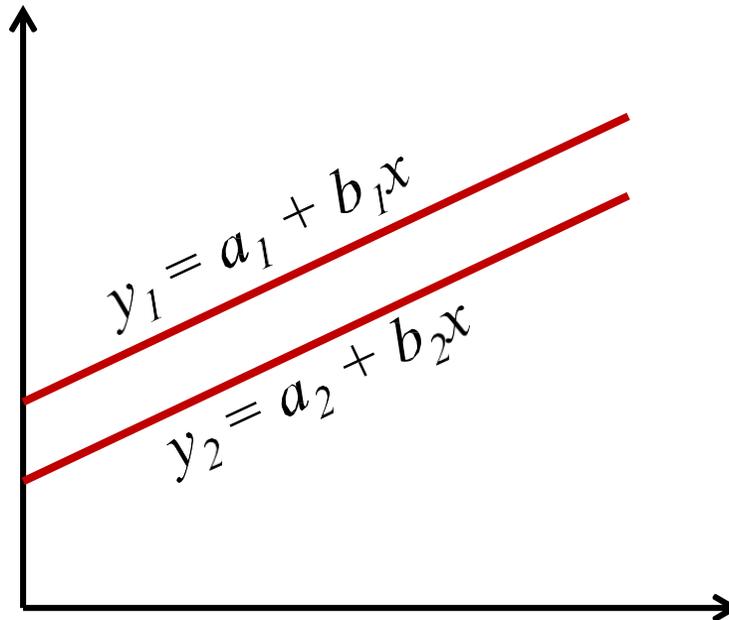


Berimpit:

$$y_1 = ny_2$$

$$a_1 = na_2$$

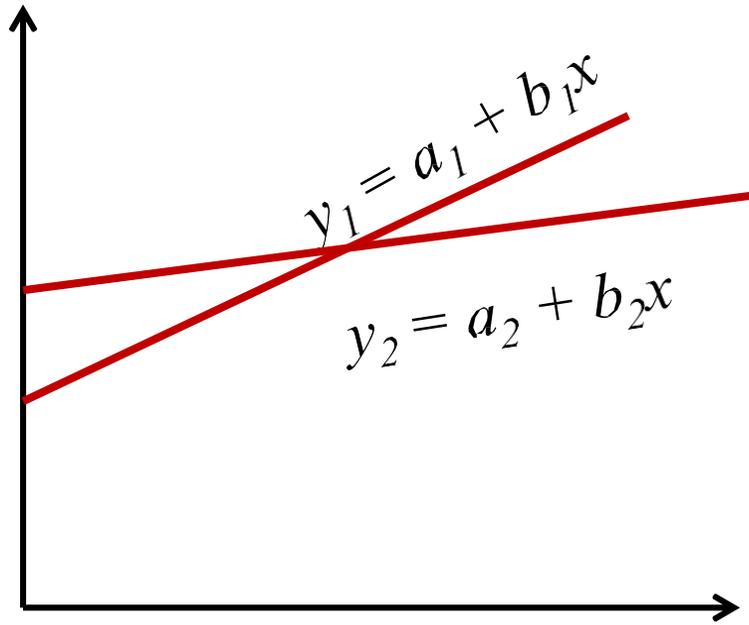
$$b_1 = nb_2$$



Sejajar:

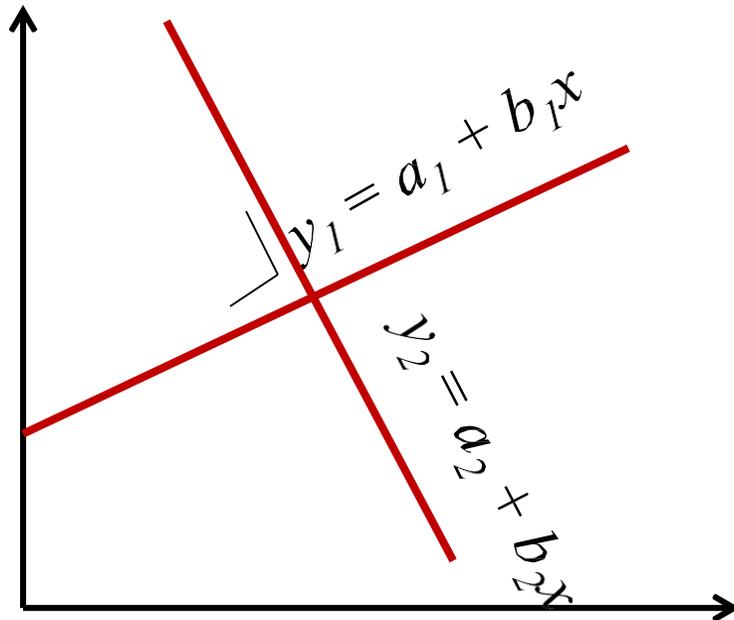
$$a_1 \neq a_2$$

$$b_1 = b_2$$



Berpotongan:

$$b_1 \neq b_2$$



Tegak Lurus:

$$b_1 = -1/b_2$$

5. FUNGSI NON LINEAR

- **Fungsi** adalah hubungan matematis antara satu variabel dengan variabel lainnya.
- **Fungsi Non Linier** adalah hubungan matematis antara satu variabel dengan variabel lainnya, **yang membentuk garis lengkung.**
- **Bentuk persamaan** fungsi non linier merupakan pangkat lebih dari 1.

6. BENTUK FUNGSI NON LINIER

- Lingkaran
- Ellips
- Hiperbola
- Parabola

LINGKARAN

- Bentuk Umum persamaan lingkaran ialah : $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$
- Jika i dan j masing-masing adalah jarak pusat lingkaran terhadap sumbu vertikal y dan sumbu horizontal x , sedangkan r adalah jari-jari lingkaran, maka persamaan baku lingkaran menjadi : $(x - i)^2 + (y - j)^2 = r^2$, dengan

$$i = \frac{c}{-2a} ; j = \frac{d}{-2a} ; r = \sqrt{i^2 + j^2 - \frac{e}{a}}$$

ELLIPS

Bentuk Umum Ellips

$$\frac{(x - i)^2}{r_1^2} + \frac{(y - j)^2}{r_2^2} = 1$$

HIPERBOLA

Jika sumbu lintang sejajar sumbu x:

$$\frac{(x - i)^2}{m^2} - \frac{(y - j)^2}{n^2} = 1$$

Jika sumbu lintang sejajar sumbu y:

$$\frac{(y - j)^2}{n^2} - \frac{(x - i)^2}{m^2} = 1$$

PARABOLA

$$Y = aX^2 + bX + c$$

Parabola

- Merupakan salah satu fungsi kuadrat
- Mempunyai 1 sumbu simetri dan 1 titik puncak

MENGGAMBAR PARABOLA

- Mencari titik puncak parabola

$$\mathbf{X} = \frac{-\mathbf{b}}{2\mathbf{a}} \quad \text{dan} \quad \mathbf{Y} = \frac{\mathbf{b}^2 - 4\mathbf{ac}}{-4\mathbf{a}}$$

- Mengetahui hadap parabola :
 - Jika $a > 0 \rightarrow$ parabola hadap atas \rightarrow titik puncak min
 - Jika $a < 0 \rightarrow$ parabola hadap bawah \rightarrow titik puncak maks

GAMBARKAN PARABOLA BERIKUT !

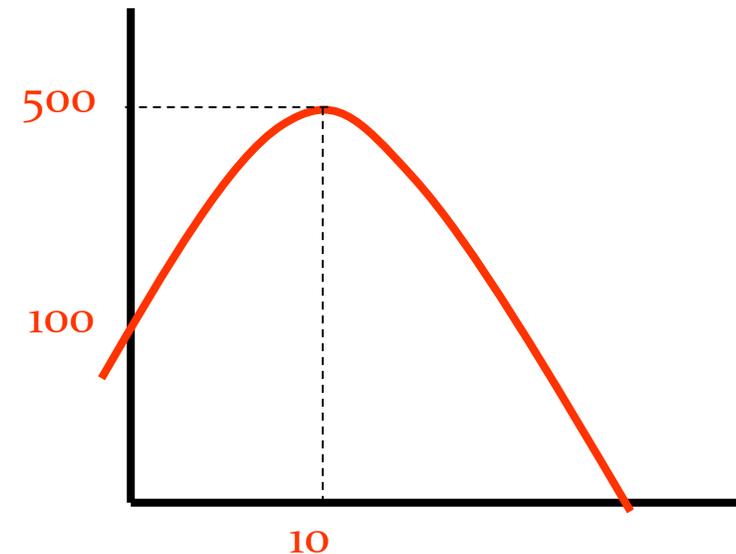
$$Y = -4X^2 + 80X + 100$$

- Titik puncak parabola

$$X = \frac{-80}{2(-4)} = 10$$

$$Y = -4(10)^2 + 80(10) + 100 = 500$$

- Parabola hadap ke bawah karena $a < 0$
- Parabola memotong sumbu Y pada 100



7. SISTEM PERSAMAAN LINIER

Pencarian besarnya nilai x dan y yang memenuhi persamaan linear, dengan kata lain penyelesaian persamaan-persamaan linear secara serempak (*simultaneously*), dapat dilakukan melalui tiga macam cara:

- Cara Substitusi
- Cara Eliminasi
- Cara Determinan

CARA SUBSTITUSI

Contoh : Carilah nilai variabel- variabel x dan y dari dua persamaan berikut:

$$2x + 3y = 21 \quad \text{dan} \quad x + 4y = 23 \quad \text{untuk variabel } x,$$

diperoleh $x = 23 - 4y$

$$2x + 3y = 21$$

$$2(23 - 4y) + 3y = 21$$

$$46 - 8y + 3y = 21$$

$$46 - 5y = 21, \quad 25 = 5y, \quad y = 5 \quad x = ?$$

CARA ELIMINASI

- Dua persamaan dapat diselesaikan dengan cara menghilangkan (mengeliminasi) salah satu dari variabel yang ada, sehingga dapat dihitung nilai dari variabel yang lain.

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 21 \quad | \times 1 | \quad 2x + 3y = 21 \\ x + 4y = 23 \quad | \times 2 | \quad 2x + 8y = 46 \end{array}$$

$$-5y = -25, \quad y = 5$$

CARA DETERMINAN

- Cara determinan bisa digunakan untuk menyelesaikan persamaan yang jumlahnya banyak.
- Determinan secara umum dilambangkan dengan notasi

Determinan derajat 2

$$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - db$$

determinanderajat3

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + chd - gec - dbi - afh$$

- Ada 2 persamaan :

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

- Penyelesaian untuk x dan y dapat dilakukan :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{ce - fb}{ae - db}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{af - dc}{ae - db}$$

Determinan

- Contoh :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 21 \\ x + 4y &= 23 \end{aligned}$$

- Penyelesaian untuk x dan y dapat dilakukan :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 21 & 3 \\ 23 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 21 \\ 1 & 23 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{25}{5} = 5$$



HANK



YOU!

Semoga Bermanfaat

Nanda Adhi Purusa, S.E., M.E.

Fakultas Ekonomi dan Bisnis
Universitas Dian Nuswantoro