MODEL DAN NILAI KEMUNGKINAN

A. BEBERAPA DEFINISI

1. Kejadian tak pasti : * kemunculan tak pasti

   * tidak bisa diduga terlebih dahulu

   contoh : dadu

2. Ruang hasil = W

   Himpunan dari seluruh hasil yang muncul dari suatu kejadian tak pasti

   Contoh: dadu → W = {1,2,3,4,5,6}

3. Kejadian Saling Bertentangan (Mutually Exclusive)

   Bila kejadian-kejadian tidak mungkin muncul bersama-sama

   Contoh : angka 1 & 2, 1 & 3, dst pada dadu

4. Kumpulan lengkap (Collectively Exhaustive)

   Kumpulan kejadian bersifat lengkap bila kumpulan kejadian tersebut merupakan ruang hasil yang lengkap.

   Contoh : dadu : kumpulan {1,2,3,4,5,6} = kumpulan lengkap

   → satu dari angka pasti muncul

PERNYATAAN DASAR NILAI KEMUNGKINAN

1. $0 \leq P(A) \leq 1$

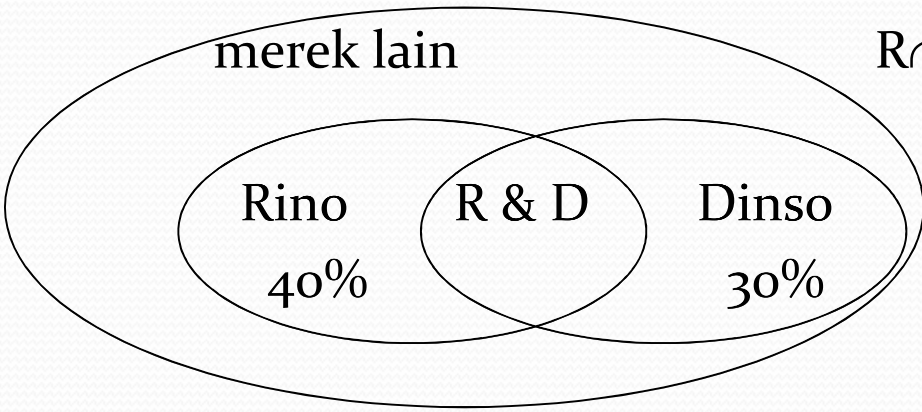
   $P(A)$ = nilai kemungkinan dari munculnya kejadian A.

2. $\Sigma P(w_i)=1$ atau $P(W)=1$

   bila : W = ruang hasil yang bersifat lengkap

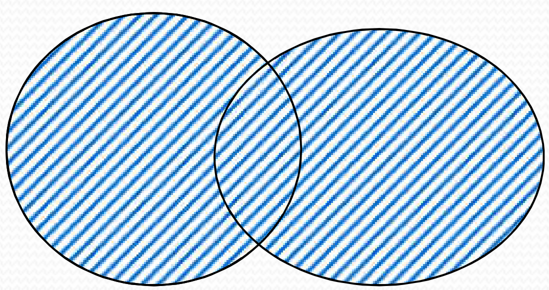
   w_i = anggota ruang hasil

B. KEJADIAN MAJEMUK



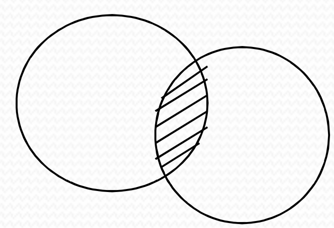
$R \cap D$: Rino & juga Dinso

$R \cup D$: Rino atau Dinso



$R \cup D \rightarrow$ gabungan Rinso atau Dino 60%

$R \cap D \rightarrow$ irisan Rinso & juga Dino 10%



B.1. Aturan pertambahan

$P(R \cup D) = P(R) + P(D) - P(R \cap D) = 0,4 + 0,3 - 0,1 = 0,6$

Jumlah ibu RT yang menggunakan R atau D

Bila A & B mutually exclusive : kejadian saling bertentangan artinya : hanya pakai R atau D saja, tidak mungkin pakai R & D secara bergantian

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, dimana $P(A \cap B) = 0$

$P(R \cup B) = P(R) + P(D) = 0,4 + 0,3 = 0,7$

B.2. Kemungkinan bersyarat

Definisi : untuk kejadian A&B, dimana $P(B) \neq 0$, nilai kemungkinan bersyarat kejadian A bila B diketahui.

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$

Contoh :

DAFTAR NILAI MATAKULIAH STATISTIK

NILAI	TERDAFTAR(T)	TIDAK TERDAFTAR(TT)	
A	20	0	20
B	15	15	30
C	25	5	30
D	5	15	20
	65	35	100

a. Kemungkinan mahasiswa terdaftar dapat nilai B

$P(B|T) = P(B \cap T)/P(T) = (15/100)/(65/100) = 3/13$

b. Kemungkinan mahasiswa dapat nilai C adalah mahasiswa tidak terdaftar

$P(\bar{T}|C) = P(\bar{T} \cap C)/P(C) = (5/100)/(30/100) = 1/6$

c. Kemungkinan mahasiswa tidak terdaftar & dapat nilai C

$P(C|\bar{T}) = P(C \cap \bar{T})/P(\bar{T}) = (5/100)/(35/100) = 1/7$

B.3. Aturan perkalian

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B|A).P(A)$$

Contoh :

Pimpinan perusahaan mengelompokkan konsumennya dalam 3 kategori baik, sedang, jelek. Dari data yang lalu, diketahui bahwa :

60% konsumen kategori baik

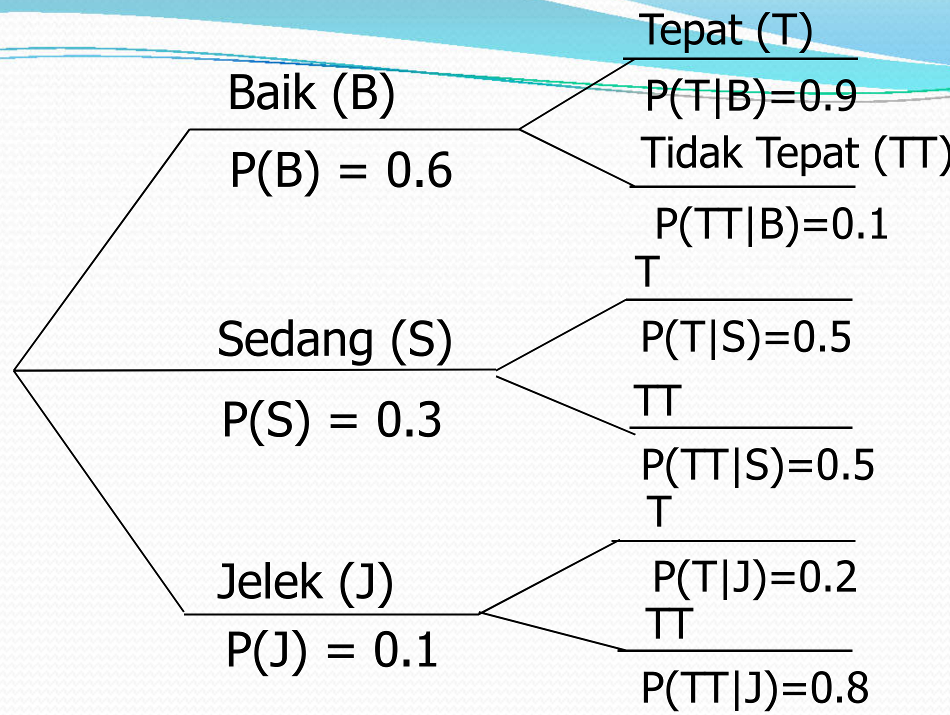
30% konsumen kategori sedang

10% konsumen kategori jelek

Dari penelitian :

Golongan konsumen	kemungkinan bayar tepat waktu
baik	90%
sedang	50%
jelek	20%

Ingin diketahui berapa kemungkinan seorang konsumen yang dipilih secara acak termasuk dalam kategori tertentu dan bayar tepat waktu.



- Kemungkinan konsumen masuk kategori sedang & bayar tepat waktu.
  $P(S \cap T) = P(S).P(T|S) = 0{,}3 \text{ X } 0{,}5 = 0{,}15$
- Berapa kemungkinan konsumen (dari semua kategori) bayar tepat waktu.

  $P(T) = P(B \cap T) + P(S \cap T) + P(J \cap T)$

  $= P(B).P(T|B) + P(S).P(T|S) + P(J).P(T|J)$

  $= (0{,}6 \text{X} 0{,}9) + (0{,}3 \text{X} 0{,}5) + (0{,}1 \text{X} 0{,}2) = 0{,}54 + 0{,}15 + 0{,}02$

  $= 0{,}71$

→melibatkan nilai kemungkinan bersama supaya lebih mudah : buat TABEL KEMUNGKINAN BERSAMA

	B	S	J	
T	a	b	c	d
TT	e	f	g	h
	0,6	0,3	0,1	

a. $P(B \cap T) = P(B).P(T|B) = 0{,}6 \times 0{,}9 = 0{,}54$

b. $P(S \cap T) = P(S).P(T|S) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$

c. $P(J \cap T) = P(J).P(T|J) = 0{,}1 \times 0{,}2 = 0{,}02$

d. $P(T) = P(B \cap T) + P(S \cap T) + P(J \cap T) = 0{,}54 + 0{,}15 + 0{,}02 = 0{,}71$

e. $P(B \cap TT) = P(B).P(TT|B) = 0{,}6 \times 0{,}1 = 0{,}06$

f. $P(S \cap TT) = P(S).P(TT|S) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$

g. $P(J \cap TT) = P(J).P(TT|J) = 0{,}1 \times 0{,}8 = 0{,}08$

h. $P(TT) = P(B \cap TT) + P(S \cap TT) + P(J \cap TT) = 0{,}06+0{,}15+0{,}08 = 0{,}29$

Dari tabel ini, banyak hal bisa diketahui

- Kemungkinan seorang konsumen masuk kategori baik, bila bayar tepat

  $P(B|T) = P(B \cap T)/P(T) = 0{,}54/0{,}71 = 0{,}76$

- Kemungkinan seorang konsumen yang jelek dan bayar tepat waktu

  $P(J \cap T) = 0{,}02$

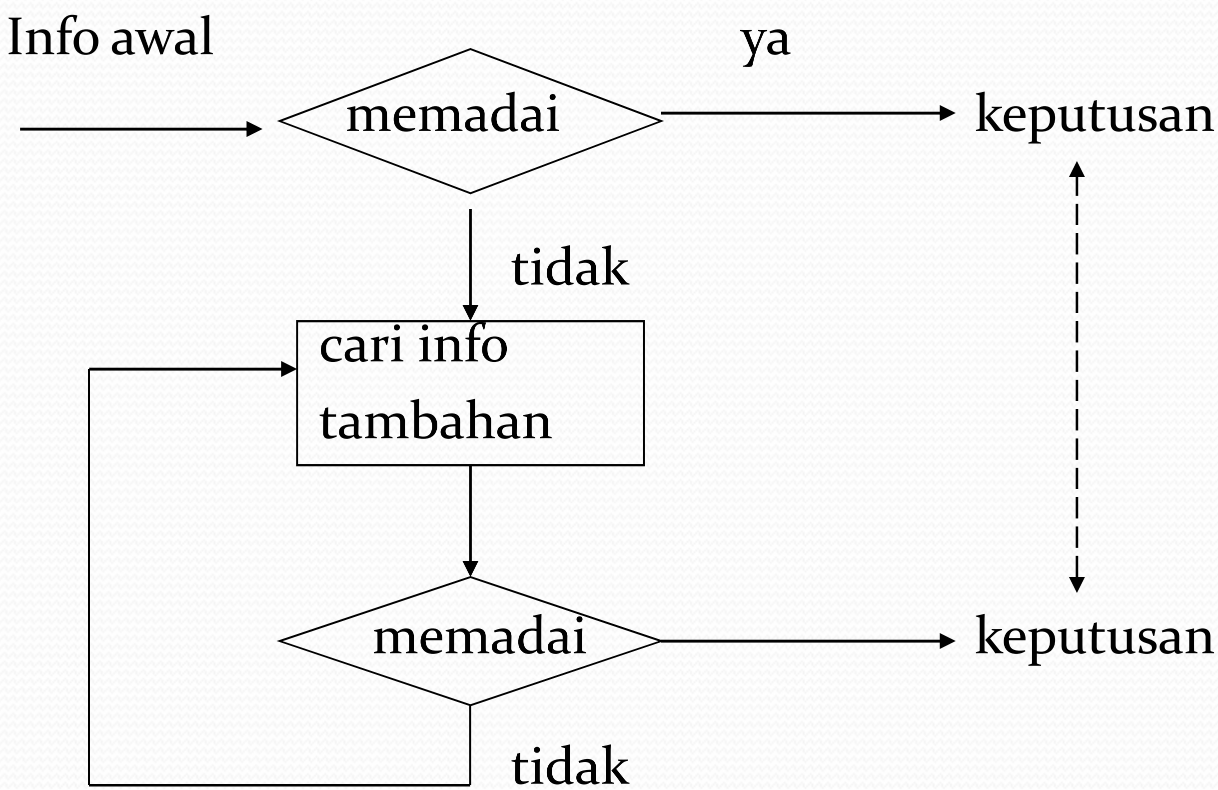
- Kemungkinan seorang konsumen masuk kategori jelek bila bayar tidak tepat waktu

  $P(J|TT) = P(J \cap TT)/P(TT) = 0{,}08/0{,}29 = 0{,}3625$

	B	S	J	
T	a 0,54	b 0,15	c 0,02	d 0,71
TT	e 0,06	f 0,15	g 0,08	h 0,29
	0,6	0,3	0,1	

C. PERBAIKAN NILAI KEMUNGKINAN DENGAN ADANYA INFORMASI TAMBAHAN

Dalam menghadapi persoalan, biasanya pengambil keputusan sudah mempunyai informasi awal.



Contoh :

Tanto bertugas memeriksa set up mesin gerinda sebelum dipakai. Dari pengalaman : P(B) = 0,8 → kemungkinan set up mesin benar

Tunggu produk selesai →memperbaiki info awal

Bila set up mesin benar, kemungkinan produk baik = 0,9

Bila sset up mesin tidak benar, kemungkinan produk baik = 0,4

C.1. NILAI KEMUNGKINAN PRIOR DAN POSTERIOR

- Info awal : **<u>nilai kemungkinan prior</u>**

  $P(B) = 0{,}8$

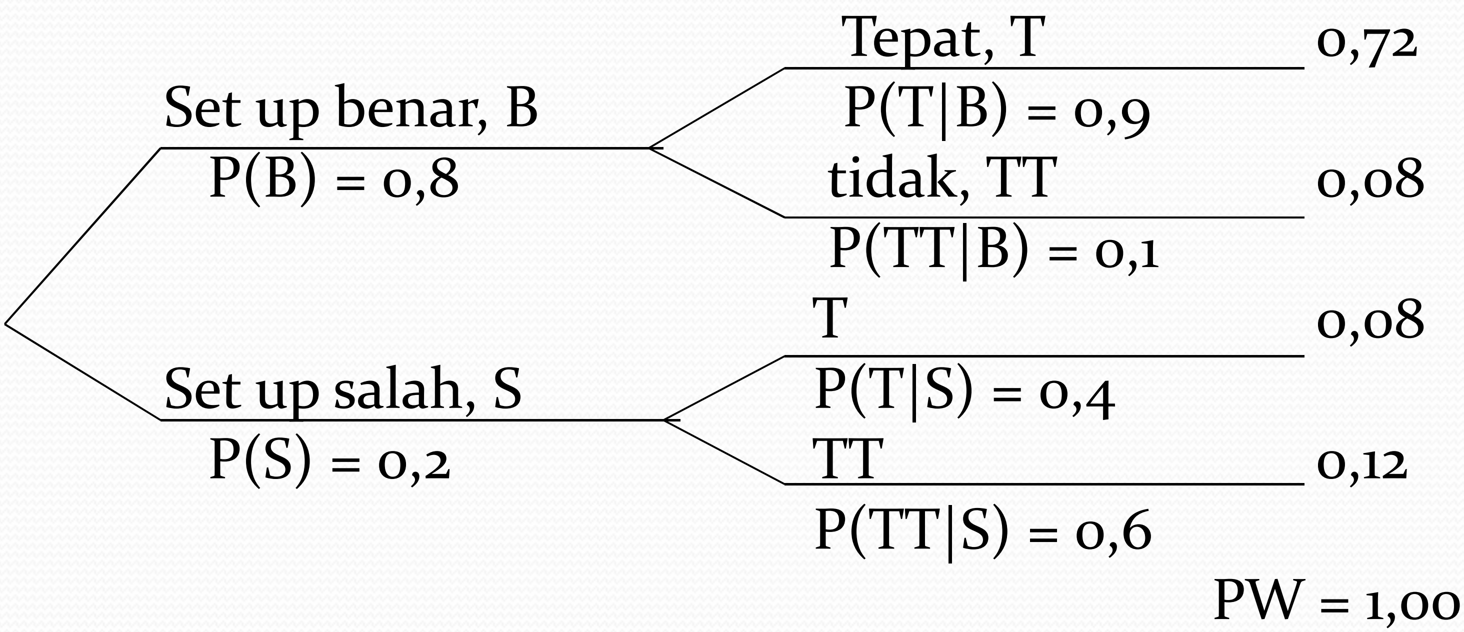
- Bila sampel dari produk jelek, tidak tepat $\rightarrow$ nilai $P(B) = 0{,}8$ diragukan $\rightarrow$cari info baru, untuk memperbaiki $P(B)$, tambahan info, dari <u>sampel</u>

  bila set up mesin benar, kemungkinan menghasilkan produk baik = 0,9

  bila <u>sampel tepat</u> = T

  <u>kemungkinan</u> $P(B|T)$ = **<u>nilai kemungkinan posterior</u>**

C.2. PERHITUNGAN NILAI KEMUNGKINAN POSTERIOR



Kemungkinan prior P(B) = 0,8 & P(S) = 0,2

Bila set up mesin benar, kemungkinan hasilnya tepat = 0,9

Bila set up mesin salah, kemungkinan hasilnya tepat = 0,4

Likelihood : $P(T|B) = 0{,}9$ & $P(T|S) = 0{,}4$

Nilai kemungkinan posterior : $P(B|T) = P(B\cap T)/P(T)$, dimana :

$P(B\cap T)$ = prior x likelihood = $P(B).P(T|B)$

$P(T) = P(B\cap T)+P(S\cap T) = P(B).P(T|B)+P(S).P(T|S)$

$P(B|T) = [P(B).P(T|B)]/[P(B).P(T|B)+P(S).P(T|S)$

$= [0{,}8X0{,}9]/[(0{,}8X0{,}9)+(0{,}2X0{,}4)] = 0{,}72/0{,}80 = 0{,}9$

∴ Bila dengan mengetahui sampel yang diperiksa ternyata tepat ukurannya maka $P(B) = 0{,}8$ naik jadi $P(B/T) = 0{,}9$

∴ Bila sampel tidak tepat ukurannya = TT

$P(B/TT) = [P(B).P(TT/B)]/[P(B).P(TT/B)+P(S).P(TT/S)]$

$= [0{,}8X0{,}1]/[(0{,}8X0{,}1)+(0{,}2X0{,}6)] = 0{,}08/(0{,}08+0{,}12)$

$= 0{,}08/0{,}20 = 0{,}4$

∴ Bila sampel tidak tepat ukurannya, maka kemungkinan set up mesin benar = 0,4

$P(B) = 0{,}8$ turun jadi $P(B|TT) = 0{,}4$

DALIL BAYES

Bila $A_1, A_2, \ldots A_n$ kejadian saling bertentangan & lengkap & B kejadian dalam ruang hasil tersebut dengan $P(B) \neq 0$, maka :

$P(A_i|B) = [P(A_i).P(B|A_i)]/[\Sigma P(A_i).P(B|A_i)]$,

dimana $i = 1,2,\ldots,n$

B : sampel tepat ukurannya = T

$P(B|T) = [P(B).P(T|B)]/[P(B).P(T|B)+P(S).P(T|S)]$

B : sampel tidak tepat ukurannya = TT

$P(B|TT) = [P(B).P(TT|B)]/[P(B).P(TT|B)+P(S).P(TT|S)]$

D. NILAI KEMUNGKINAN OBYEKTIF DAN SUBYEKTIF

D.1. NILAI KEMUNGKINAN OBYEKTIF

Nilai kemungkinan yang didasari atas data masa lampau → analisa frekuensi relatif

Contoh : pelemparan mata uang

Penggunaan : biologi, pertanian, pengendalian kualitas dimana data masa lalu dapat diperoleh dengan mudah

D.2. NILAI KEMUNGKINAN SUBYEKTIF

Dalam menghadapi situasi baru yang belum pernah terjadi → nilai kemungkinan obyektif tidak bisa diperoleh → dipakai konsep nilai kemungkinan lain yang dapat menerangkan kemungkinan tanpa harus pakai data/percobaan sebelumnya → konsep <u>nilai kemungkinan subyektif</u> → mencerminkan tingkat keyakinan seseorang terhadap suatu kejadian tidak pasti berdasarkan info/pengalaman yang ada pada saat itu.

D.3. PERBEDAAN PANDANGAN SUBYEKTIF DAN OBYEKTIF

PERBEDAAN NILAI KEMUNGKINAN

→ SUBYEKTIF :

State of mind: berdasarkan tingkat pengetahuan seseorang

Pola yang dipakai dalam analisa keputusan = kuantifikasi ketidakpastian seseorang terhadap sesuatu hal, harganya diantara 0 & 1

$$0 \leq P(x) \leq 1$$

→ OBYEKTIF :

State of thing – “sudah teruji” → sudah jadi sifat/karakteristik benda

Contoh : mata uang : berat, diameter, kemungkinan keluar angka/gambar

E. PENGUNGKAPAN NILAI KEMUNGKINAN SUBYEKTIF

E.1. PERSYARATAN

Untuk 2 kegiatan A & B dalam ruang hasil W

1. $P(A) \geq 0$; $P(B) \geq 0$
2. Bila $A \cap B = 0$, maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
3. $P(W) = 1$

Bila ketiga syarat dipenuhi, maka bilangan yang ditentukan secara obyektif berkenaan dengan kejadian dalam ruang hasil = nilai kemungkinan

Contoh :

Dalam menaksir produk baru, manajer pemasaran memberi pernyataan sebagai berikut:

P(sukses besar)=0,2

P(cukup sukses) = 0,5

P(gagal) = 0,3

P(tidak gagal) = 0,7

Gagal 0,3 → gagal 0,3 → 0,3

Tidak 0,7 → tidak gagal 0,7

Gagal

Sukses besar 0,2 → 0,2

cukup sukses 0,5 → 0,5

P(W) = 1

P(sukses besar & juga cukup sukses) = 0

P(sukses besar $\cup$ cukup sukses) = P(sukses besar)+P(cukup sukses) = 0,2+0,5 = 0,7

P(A) & P(B) $\geq$ 0

Ketiga syarat dipenuhi maka pernyataan manajer = dapat dinyatakan nilai kemungkinan subyektif